ISUPFERE - Mathématiques - 45 minutes
23 novembre 2013

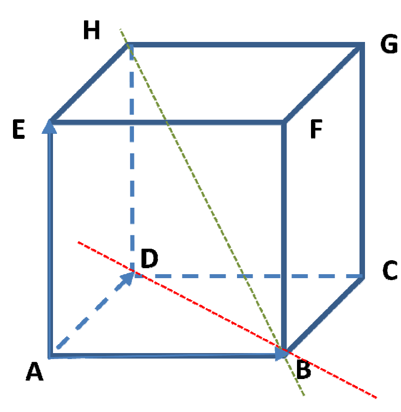
EXERCICE 1

La loi des gaz parfaits s'exprime par pV = nRT où P désigne la pression, V le volume et T la température en K. Le diagramme de Clapeyron utilise comme axes P et V (on l'appelle aussi diagramme pV). Dans ce diagramme, tracer l'allure des isothermes, des isobares, des isochores. R vaut 8,31 $Jmol^{-1}K^{-1}$.

Positionner l'une par rapport à l'autre T= 300 K et T = 500 K (laquelle est au dessus de l'autre ?)

EXERCICE 2

1/ ABCDEFGH est le cube ci dessous. Quel est le système d'équations de la droite (DB) dans le repère $(A; \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$

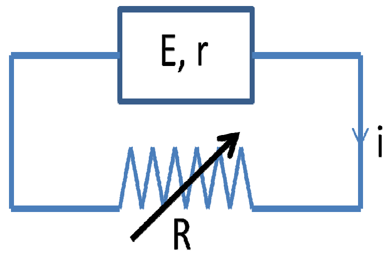


2 / et celui de la droite (BH) ?

3 / Les 2 droites sont elles dans un même plan. Si oui quelle est son équation ?

EXERCICE 3

On considère un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r. Il débite sur une résistance R variable. i désignant l'intensité du courant. Alors :
$E = (r+R)i$ et la puissance dissipée par la résistance est $P= R.i^2$



1 / E et r étant fixées, montrer que P est fonction de R

2 / Etudier la fonction $y = \frac{ax}{(x+b)^2}$ en traçant son tableau de variation entre 0 et + ∞, b étant positif

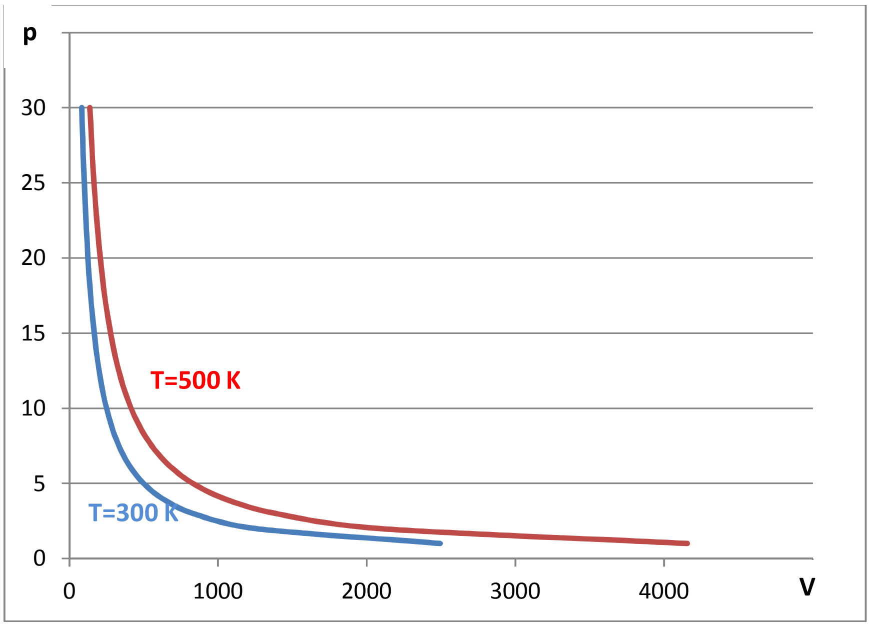
3/ Pour quelle valeur de x, la fonctione est elle maximale ?

4 / En déduire la puissance maximale du circuit électrique considéré en 1pour r = 0,5 Ω et E = 3 V

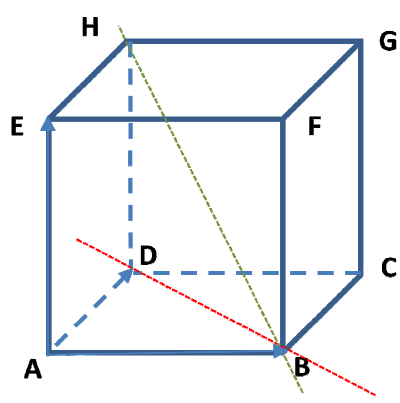
ISUPFERE - Mathématiques - 45 minutes
23 novembre 2013
Corrigé

EXERCICE 1 - Loi des gaz parfaits

Isobares horizontales, Isochores verticales, Isothermes hyperboliques : $p = nRT_0/V$



EXERCICE 2



La droite (AB) est dans le plan (ABCD) donc **z = 0**

Dans le repère $(A; \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$, elle passe

- par le point B de coordonnées x = 0, y = 1
- par le point D de coordonnées x = 1, y = 0

Equation de la droite y = a.x + b

On obtient a = -1 et b = 1

y = - x + 1

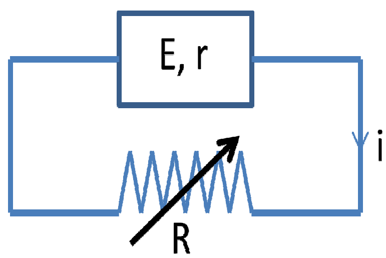
Dans le repère$(A; \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$, la droite (BH) passe par :

- le point B de coordonnées x = 0, y = 1, z = 0
- par le point H de coordonnées x = 1, y = 0, z = 1

Systèmes d'équations :
y = a.x + b
z = c.x + d
On obtient : a = -1 et b = 1 puis c = 1 et d = 0
y = - x + 1
z = x

Les 2 droites sont elles dans le plan d' équation **y = - x + 1**

EXERCICE 3



P = Ri^2 = R.$P = R.i^2 = R.\left(\frac{E}{R+r}\right)^2$

$$y = \frac{ax}{(x+b)^2}$$

La fonction est définie pour tout x différent de -b

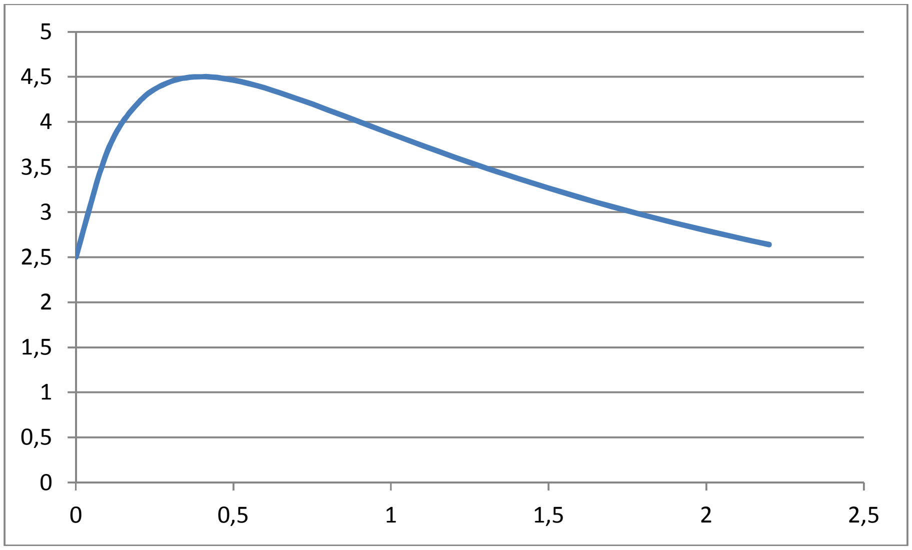
$$y' = \frac{a(x+b)^2 - 2ax(x+b)}{(x+b)^4} = \frac{ax^2 + 2abx + ab^2 - 2ax^2 - 2abx}{(x+b)^4} = \frac{-ax^2 + ab^2}{(x+b)^4}$$

La dérivée s'annule pour $x^2 = b^2$ donc x = b

x	0 b	+ ∞
y'	positive 0	négative
y	$\nearrow$	$\searrow$

Le maximum vaut : $y = \frac{ab}{4b^2} = \frac{a}{4b}$

Pour r = 0,5 Ω et E = 3 V, le maximum s'obtient pour R = 0,5 Ω



La puissance P vaut alors 4,5 W